

LE TERNE PITAGORICHE E IL TEOREMA DI PITAGORA

Si chiama terna pitagorica un gruppo di tre numeri naturali (a , b , c) per i quali vale la seguente relazione:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Tra i numeri naturali < di 100 le terne pitagoriche sono le seguenti:

(3, 4, 5)	(5, 12, 13)	(7, 24, 25)	(8, 15, 17)
(9, 40, 41)	(11, 60, 61)	(12, 35, 37)	(13, 84, 85)
(16, 63, 65)	(20, 21, 29)	(28, 45, 53)	(33, 56, 65)
(36, 77, 85)	(39, 80, 89)	(48, 55, 73)	(65, 72, 97)

Un aspetto molto importante delle terne, che può aiutare nell'applicazione del teorema di Pitagora velocizzando notevolmente i calcoli, è che **se una triade (a , b , c) è pitagorica lo è anche una triade ottenuta moltiplicando ciascun numero della triade per uno stesso numero**. Quindi data una triade fondamentale (a , b , c), anche la triade derivata ($k \cdot a$, $k \cdot b$, $k \cdot c$) è pitagorica (k è un numero naturale o decimale limitato qualsiasi).

Ad esempio, prendendo la terna (3, 4, 5) si possono scrivere infinite terne pitagoriche derivate da questa moltiplicando i tre numeri per uno stesso k :

se $k = 2$ si ottiene la terna (6, 8, 10), che è pitagorica ($6^2 + 8^2 = 10^2$)
 se $k = 10$ si ottiene la terna (30, 40, 50), che è pitagorica ($30^2 + 40^2 = 50^2$)
 se $k = 1,3$ si ottiene la terna (3.9, 5.2, 6.5), che è pitagorica ($3.9^2 + 5.2^2 = 6.5^2$)

e così via.

A cosa serve questo nella risoluzione di problemi in cui va applicato il teorema di Pitagora? Basta mettere a fuoco che questo teorema può essere formulato anche nel seguente modo: le misure dei tre lati di un triangolo rettangolo (c , C , i) costituiscono sempre una terna pitagorica, in quanto vale:

$$c^2 + C^2 = i^2$$

Se abbiamo un triangolo rettangolo i cui cateti misurano 3 e 4 cm, senza fare neanche un calcolo si può dire al volo che l'ipotenusa misura 5 cm, in quanto (3, 4, 5) costituiscono una terna pitagorica.

Se i due cateti misurano 30 e 40 cm, senza fare neanche un calcolo si può dire al volo che l'ipotenusa misura 50 cm, in quanto (30, 40, 50) costituiscono una terna pitagorica derivata da (3, 4, 5). Ancora, se l'ipotenusa di un triangolo rettangolo misura 25 cm ed il cateto minore 7 cm, si può subito dire che il cateto maggiore misurerà 24 cm, in quanto (7, 24, 25) sono una terna pitagorica (vedi tabella sopra).

In conclusione: **dati due lati di un triangolo rettangolo, se si riesce a riconoscere la terna pitagorica (fondamentale o derivata) a cui essi appartengono, è immediato avere la misura del lato mancante in quanto sarà il terzo valore della terna.**